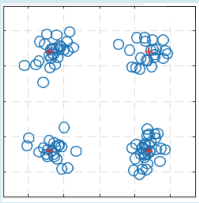
بسمه تعالی



آزمایش سوم

کاوش در مدولاسیون دیجیتال خطی

شیوه‌ی گزارش‌نویسی

از بخش محاسبه‌ی دستی عکسی واضح گرفته و یا آن‌ها را اسکن نمایید و به همراه فایل‌های خود در سایت بارگزاری نمایید. تمرین‌های قبل از آزمایشگاه می‌بایست به خوبی سلول‌بندی شده، از Code Style ارایه شده در سایت استفاده شده و دارای توضیحات مناسب باشد. در صورت نیاز توضیحاتی مختصر در قالب فایل word همراه فایل‌ها اضافه نمایید.

تمرین‌های قبل از آزمایشگاه

تمرین ۱-۳: ملزومات پیاده‌سازی فرستنده

شکل‌دهی پالس: در ادامه‌ی تمرین قبل سعی داریم شکل پالس‌های دیگری را تولید کرده تا از آن برای شکل‌دهی پالس سیگنال ارسالی مدولاسیون‌ها استفاده شود. از آنجا که در سامانه‌های عملی با نمونه‌های دیجیتال سیگنال‌های آنالوگ سر و کار داریم، لازم است سیگنال آنالوگ با نرخ مشخصی نمونه‌برداری و مورد استفاده قرار گیرد. طول هر یک سمبل برابر با T_s و فرکانس نمونه‌برداری برابر با f_s است. با این وجود بر خلاف تمرین قبل طول پالس می‌تواند بیشتر از T_s باشد. تعداد نمونه‌های زمانی هر سمبل برابر با پارامتر **nSymbolSamples** است. تابعی بنویسید که با دریافت دو پارامتر **nSymbolSamples** و **fs** و پارامترهای اختصاصی مربوط به پالس‌هایی که در ادامه توضیح داده می‌شود، این پالس‌ها را تولید نماید. انرژی سیگنال تولیدی می‌بایست برابر با ۱ باشد. به کمک یک m-file شکل حوزه‌ی زمان و پاسخ فرکانسی هر یک از پالس‌های تولیدی را رسم نمایید. پاسخ فرکانسی می‌بایست با استفاده از دستور **fft** با تعداد نقاط ۲۵۶ و یا فرم بسته‌ی پاسخ فرکانسی پالس‌ها که نقاط فرکانسی آن منطبق با FFT گفته شده است به دست آید. در همه‌ی مواردی که در ادامه می‌آید **fs = 1** و **nSymbolSamples = 8** باشد.

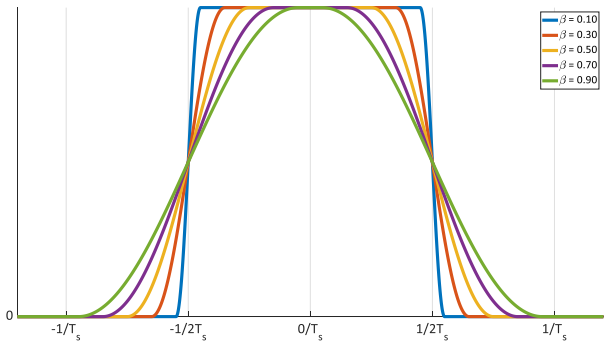
سطر اول این تابع می‌بایست به صورت زیر باشد.

```
function [p, t] = pulseShape(pulseName, fs, nSymbolSamples, varargin)
```

پالس Raised Cosine: پالس Raised Cosine یکی از پالس‌های معروفی است که دارای خاصیت نایکویست است. نمایش حوزه‌ی فرکانس این پالس به صورت زیر می‌باشد.

$$P(f) = \begin{cases} T_s & |f| \le \frac{1-\beta}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2}\left[1 + cos\left(\frac{\pi T_s}{\beta}\left[|f| - \frac{1-\beta}{2T}\right]\right)\right] & \frac{1-\beta}{2T_s} < |f| \le \frac{1+\beta}{2T_s} \\ 0 & \text{o. w.} \end{cases}$$

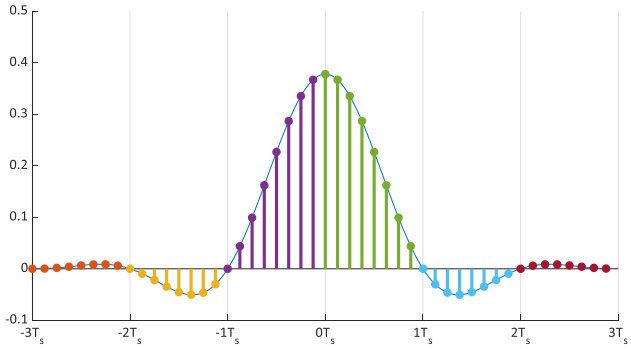
در این رابطه، β مقداری بین صفر و یک اختیار می‌کند که مشخص‌کننده‌ی پهنای باند پالس است و ضریب roll-off نامیده می‌شود. پاسخ فرکانسی این شکل پالس به ازای مقادیر مختلف β در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱ پالس فرکانسی پالس Raised-Cosine به ازای مقادیر مختلف β

پارامتر T_s طول سمبل می‌باشد و برابر عکس نرخ ارسال سمبل است. پاسخ زمانی این پالس به صورت زیر می‌باشد. شکل ۲ پاسخ زمانی این پالس را برای نشان می‌دهد.

$$p(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T_s}\right)\frac{\cos\left(\frac{\pi\beta t}{T_s}\right)}{1-\frac{4\beta^2 t^2}{{T_s}^2}}$$



شکل ۲ پالس آنالوگ Raised-Cosine (نمودار باریک) و پالس دیجیتال نمونه‌برداری شده (نمودار ضخیم)

را نادیده $t = 0$ تعداد نمونه‌های هر رنگ را تعیین می‌کند. اگر نمونه‌ی لحظه‌ی **nSymbolSamples** در شکل فوق پارامتر نیز نقاط عبور از صفر را نشان می‌دهد. این پالس دارای طول نامحدود در حوزه‌ی زمان می‌باشد. از این رو در T_s بگیرید، را برای محدود کردن **spanInSymbol** کاربردهای عملی می‌بایست طول سیگنال حوزه‌ی زمان را محدود کنیم. پارامتر تعریف می‌شود. $t \in \left[-\text{span}\frac{T_s}{2}, \text{span}\frac{T_s}{2}\right)$ این پالس تعریف می‌کنیم. با به کار بردن این پارامتر، پالس موردنظر باید در بازه‌ی برابر با ۶ است. پارامترهای تابع خواسته شده برای این شکل پالس برابر **spanInSymbol** در شکل ۲، پارامتر برابر **pulseName** می‌باشد. در این حالت پارامتر **spanInSymbol** و **beta**، **fs**، **nSymbolSamples**، 0.1 شامل β را می‌بایست برای مقادیر مختلف Raised-Cosine است. پاسخ زمانی و فرکانسی پالس **'raisedCosine'**، 0.2 ،0.5 ،0.9 و 1 رسم شود.

پالس Root-Raised-Cosine (RRC): رابطه‌ی بین پاسخ فرکانسی این پالس و پالس Raised Cosine به صورت زیر می‌باشد.

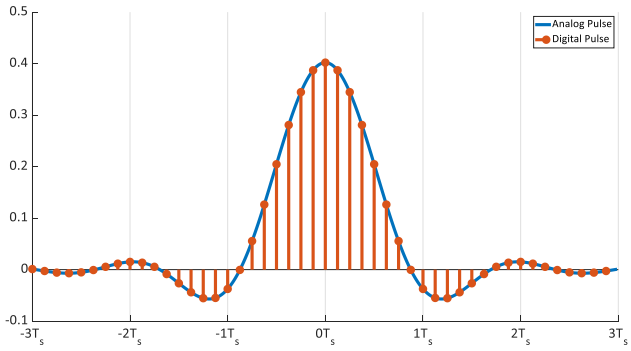
$$|P_{\text{rrc}}(f)| = \sqrt{|P_{\text{rc}}(f)|}$$

پاسخ زمانی این فیلتر نیز به صورت زیر است که در شکل ۳ نشان داده شده است.

$$h_{\mathrm{rrc}}(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{T_s}}\left(1-\beta+4\dfrac{\beta}{\pi}\right) & t=0\\ \dfrac{\beta}{\sqrt{2T_s}}\left[\left(1+\dfrac{2}{\pi}\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{4\beta}\right)+\left(1-\dfrac{2}{\pi}\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{4\beta}\right)\right] & t=\pm\dfrac{T_s}{4\beta}\\ \dfrac{1}{\sqrt{T_s}}\dfrac{\sin\left[\pi\frac{t}{T_s}(1-\beta)\right]+4\beta\frac{t}{T_s}\cos\left[\pi\frac{t}{T_s}(1+\beta)\right]}{\pi\frac{t}{T_s}\left[1-\left(4\beta\frac{t}{T_s}\right)^2\right]} & \text{o. w.}\end{cases}$$

نکته‌ی قابل توجه این است که برخلاف پالس Raised-Cosine، نقاط عبور از صفر این پالس همواره T_s نمی‌باشند و تغیر β، نقاط عبور از صفر را جابجا می‌کند. به این دلیل نقاط گسسته را نمی‌توان مانند حالت Raised-Cosine و صرف با توجه به مقادیر عبور از صفر مشخص کرد.

برای حل این مشکل، نقاط نمونه‌برداری را دقیقا مشابه حالت Raised-Cosine تعریف کنید. تابعی را برای این شکل پالس بنویسید که دقیقا مشابه حالت قبل باشد، با این تفاوت که تابع زمانی آن را رابطه‌ی مربوط به پاسخ زمانی Root-Raised-Cosine مشخص کند. پارامترهای تابع خواسته شده برای این شکل پالس برابر **`nSymbolSamples`**، **`fs`**، **`beta`** و **`spanInSymbol`** می‌باشد. در این حالت پارامتر **`pulseName`** برابر **`'rootRaisedCosine'`** است. پاسخ زمانی و فرکانسی این شکل پالس را برای مقادیر مختلف β شامل 0.1، 0.2، 0.5، 0.9 و 1 رسم شود.



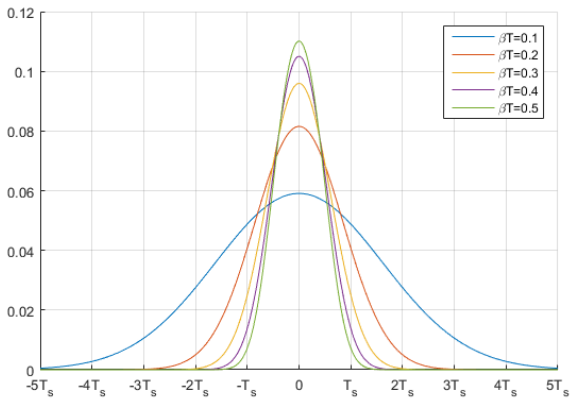
شکل ۳ پالس آنالوگ Root-Raised-Cosine (نمودار آبی) و پالس دیجیتال نمونه‌برداری شده (نمودار قرمز)

پالس گوسی: پاسخ زمانی پالس گوسی به صورت زیر می‌باشد.

$$p(t)=\frac{Q\left(2\pi\beta\left(t-\frac{T_s}{2}\right)\right)-Q\left(2\pi\beta\left(t+\frac{T_s}{2}\right)\right)}{\ln(2)}$$

این شکل پالس، به دلیل خواص مناسبی که دارا می باشد در سیستم مخابرات سلولی GSM به کار گرفته شده است. شکل ۴ این شکل پالس را به ازای مقادیر مختلف βT_s نشان می‌دهد.

پارامترهای تابعی خواسته شده برای پالس گاوسی **`nSymbolSamples`**، **`fs`**، **`beta`** و **`spanInSymbol`** می‌باشد. در این حالت پارامتر **`pulseName`** برابر **`'gaussian'`** است. پالس دیجیتال گوسی نشان داده شده در شکل ۴ را تولید کند. در اینجا **`nSymbolSamples`** تعداد کل نمونه‌های موجود در یک T_s شکل پالس را نشان می‌دهد. دقت کنید که انرژی سیگنال تولیدی، برابر با ۱ باشد. پاسخ فرکانسی سیگنال بدست آمده را برای مقادیر مختلف β شامل 0.1، 0.3 و 0.5 رسم کرده و آن را با شکل ۴ مقایسه کنید.



شکل ۴ پالس گوسی برای مقادیر مختلف βT

تمرین ۲-۳: ملزومات پیاده‌سازی گیرنده

۱. **محاسبه‌ی احتمال خطای بیت:**

گام ۱. **محاسبه‌ی دستی احتمال خطای بیت:** احتمال خطای بیت مربوط به مدولاسیون PSK را به دست آوردید.

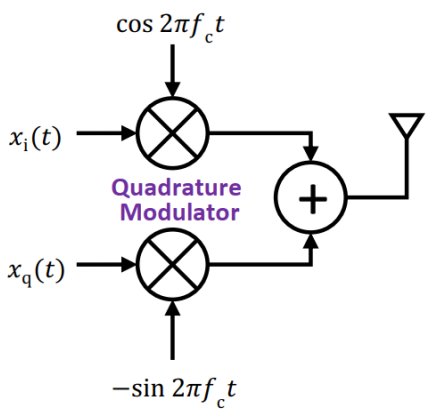
گام ۲. **رسم نتیجه‌ی محاسبات دستی احتمال خطای بیت:** نتایج محاسبات دستی احتمال خطای بیت را برای نسبت انرژی متوسط بیت به نویز $(\frac{E_{b,avg}}{N_0})$ بین 0-10dB و برای مدولاسیون‌های 4PSK، 8PSK و 16PSK و بر روی یک نمودار رسم نمایید.

گام ۳. **نمودار احتمال خطای بیت با دستور نرم‌افزار MATLAB:** گام قبل را با دستور **berawgn** نرم‌افزار MATLAB تکرار نمایید و نتایج هر مدولاسیون را به صورت خط‌چین و با رنگ مشابه گام ۲ به نمودار اضافه نمایید.

نکته: در درس‌های مخابرات ۲ و مخابرات پیشرفته معمولاً تقریب‌هایی برای محاسبه‌ی احتمال خطای بیت به کار می‌رود. علت اختلاف نمودارهای شما با نمودارهای به دست آمده از نرم‌افزار MATLAB را بیان نمایید. محور عمودی نمودارها به صورت لگاریتمی رسم شود.

تمرین ۱-۳: اثر کانال

۱. **مدل کردن تاثیرات کانال:** در سامانه‌های مخابراتی نوین، مدولاسیون و دمدولاسیون quadrature اهمیت و محبوبیت بالایی دارد. این فرآیند بدان معناست که می‌توان دو سیگنال کاملا مستقل x_i, x_q را در یک فرکانس حامل یکسان (f_c) ارسال نمود و هم‌چنان آن را به صورت دو سیگنال جداگانه دریافت و دمدوله نمود. علاوه بر این تنها به یک آنتن فرستنده احتیاج است. برای این‌منظور ابتدا نشان دهید خروجی مدولاتور quadrature به صورت زیر است:



$$x_{bp} = Re\{x_l(t)e^{j2\pi f_c t}\} = Re\{(x_i(t) + jx_q(t))e^{j2\pi f_c t}\}$$

با توجه به سرعت انتشاری سیگنال ارسالی و فاصله بین فرستنده و گیرنده، در سمت گیرنده سیگنال با تأخیر مشخصی دریافت می‌شود که آن را t_d می‌نامیم. به علاوه تلف انتشاری سیگنال ارسالی در محیط موردنظر سبب می‌شود سیگنال دریافتی تضعیف شود که این تضعیف با ضریب ثابت α مدل می‌شود. لذا سیگنال دریافتی $y(t)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$y(t) = \alpha x_{bp}(t - t_d)$$

در ادامه می‌توان نوشت.

$$y(t) = Re\{\alpha x_l(t - t_d)e^{j2\pi f_c(t-t_d)}\} = Re\{\alpha x_l(t - t_d)e^{-j2\pi f_c t_d}e^{j2\pi f_c t}\}$$

بالا بودن سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی سبب می‌شود مقدار تاخیر عدد کوچکی داشته باشد، از طرفی پایین گذر بودن سیگنال $x_l(t)$ سبب می‌شود تغییرات بسیار بالا نداشته و لذا می‌توان از تقریب زیر استفاده کرد.

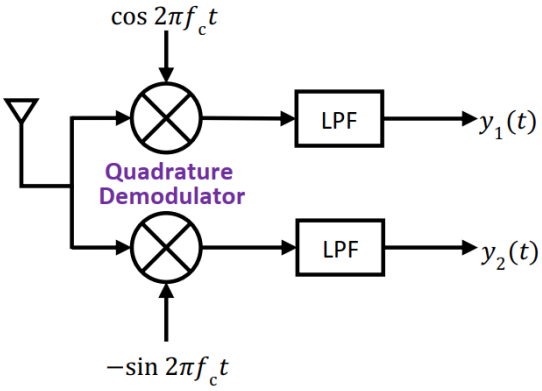
$$x_l(t - t_d) \approx x_l(t)$$

قسمت دیگری که تاخیر موثر است، به عنوان فاز اضافی $e^{-j2\pi f_c t_d}$ می‌باشد. از آنجایی که مقدار فرکانس مرکزی f_c عدد بزرگی دارد حاصل ضرب تاخیر در آن عدد قابل توجهی بوده و نمی‌توان از تاثیر تاخیر در این قسمت صرف نظر کرد.

لذا مدل‌نهایی سیگنال دریافتی سمت گیرنده خواهد شد.

$$y(t) = Re\{\alpha x_l(t)e^{j\phi}e^{j2\pi f_c t}\}$$

سیگنال پایین گذر خروجی دمدولاتور quadrature که به شکل زیر است را بدست آورید.



۲. **محاسبه احتمال خطا برای مدولاسیون باینری:** در این قسمت فرض می‌کنیم سیگنال ارسالی شامل مولفه‌های مدولاسیون Binary PAM باشد. که به فرم زیر فرض می‌شود:

$$x_l(t) = \begin{cases} A & bit\ 1 \\ -A & bit\ 0 \end{cases} \quad t \in (0, T)$$

با فرض اینکه گیرنده بدون درنظر گرفتن تاثیر کانال طراحی شده باشد، به نحوی تصمیم گیری می‌کند که قسمت حقیقی سمبل‌های دریافتی را با ترشولد 0 مقایسه می‌کند. سمبل‌های با قسمت حقیقی بزرگتر از ترشولد به عنوان سمبل A و سمبل‌های کوچکتر نیز به عنوان سمبل A- تشخیص داده می‌شوند.

فرض می‌کنیم پارامترهای تضعیف و فاز کانال در یک لحظه خاص به صورت زیر باشند، با فرض اینکه سمبل‌های دریافتی با نویز سفید گاوسی $CN(0,2\sigma^2)$ جمع شده باشند احتمال خطای سمبل بدون درنظر گرفتن و با درنظر گرفتن تاثیر کانال را بیابید.

$$\alpha = 0.2, \quad \phi = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{A}{\sigma} = 4$$

۳. **رسم نمودار:** نمودار رویه‌ای (surface) سه بعدی مربوط به نسبت خطای به دست آمده در قسمت قبل (با مقیاس لگاریتمی) برای $\alpha \in (0.1: 0.05: 1)$ و $\phi \in \left(0: \frac{\pi}{10}: 2\pi\right)$ را رسم کنید.